

Winkel

Aufgaben

2005/II Kongruenzabbildungen, Winkel

1. Erläutern Sie die Begriffe Achsen-, Dreh- und Verschiebungssymmetrie!
2. Beschreiben Sie an Beispielen, wie im Unterricht Symmetriebetrachtungen zur Entdeckung und Begründung von Eigenschaften ebener Figuren führen können!
3. Zwei Geraden werden von einer dritten Geraden geschnitten. Entwickeln Sie eine Unterrichtseinheit zum Thema "Winkel an Geradenkreuzungen"!
4. Beschreiben und begründen Sie die Konstruktion der Winkelhalbierenden mit Zirkel und Lineal!

2000/II, Winkel

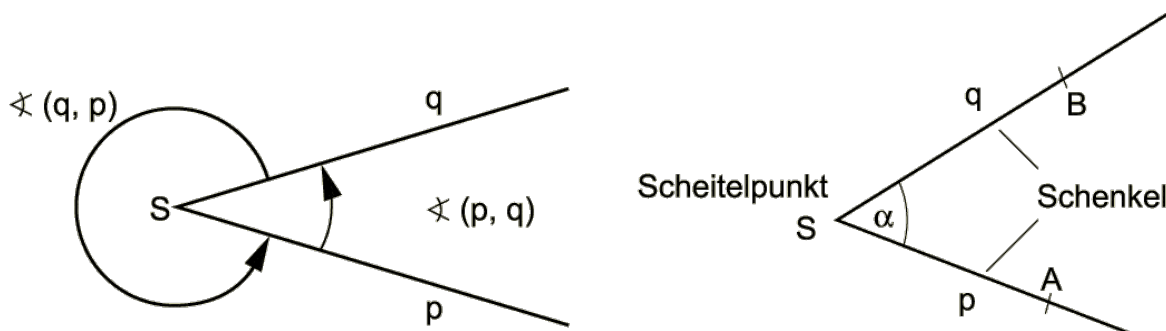
1. Diskutieren Sie die Begriffe Winkel, Winkelfeld, orientierter Winkel, Winkelmaß!
2. Erläutern Sie Situationen, in denen diese Begriffe eine Rolle spielen!
3. Entwickeln Sie eine Unterrichtseinheit, in welcher der Satz über die Summe der Innenwinkel des Dreiecks erarbeitet wird!
4. Beschreiben und begründen Sie die Konstruktion der Winkelhalbierenden mit Zirkel und Lineal!

Grundsätzliches Wissen

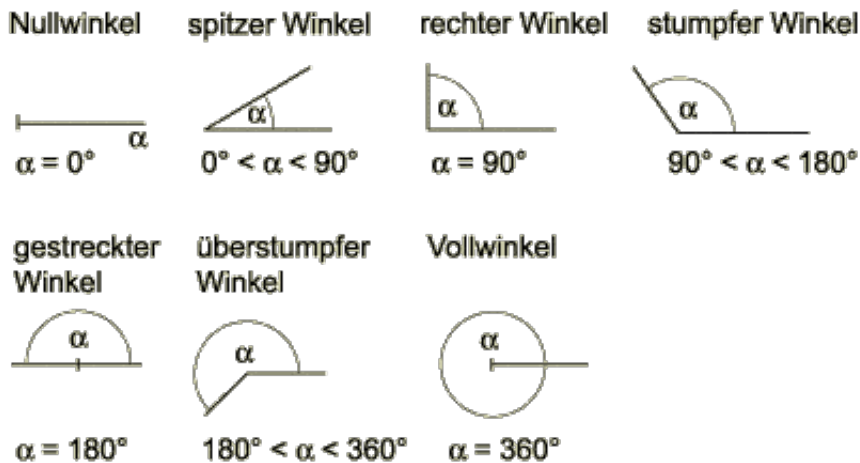
Winkel

Zwei Strahlen mit gemeinsamem Anfangspunkt S bilden einen Winkel. Der gemeinsame Anfangspunkt ist der Scheitelpunkt des Winkels. Die zwei Strahlen sind die Schenkel des Winkels. Bezeichnungsweisen:

- Griechischer Buchstabe: α
- Angabe der Schenkel: $\sphericalangle (p, q)$ ist der durch die Strahlen p und q gebildete Winkel.
- Angabe dreier Punkte: $\sphericalangle ASB$ ist der Winkel mit dem Scheitelpunkt S und den Strahlen SA und SB als Schenkel.



Winkelarten



Winkelfeld

Orientierter Winkel

Die Schenkel eines Winkels können auch als Original und Bild eines Strahls bei einer Drehung des Strahls um seinen Anfangspunkt angesehen werden:

Wird ein Strahl um seinen Anfangspunkt S gedreht, so entsteht ein orientierter Winkel. Der Drehpunkt S heißt Scheitelpunkt des Winkels. Erfolgt die Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn, so ist der Winkel positiv orientiert.

Der orientierte Winkel kann deshalb als geordnetes Paar zweier Strahlen mit gemeinsamen Anfangspunkt angesehen werden. Dabei ist, im Gegensatz zum (Elementar-) Winkel, einer der Strahlen als Anfangsstrahl hervorgehoben. Der Anfangsstrahl ist das Original bei der Drehung um S, der andere Strahl ist sein Bild.

Es ist folglich im Allgemeinen:

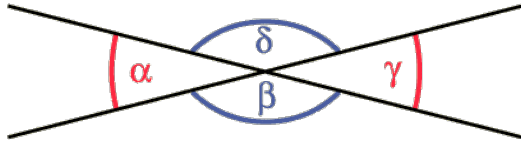
$$\sphericalangle(p, q) \neq \sphericalangle(q, p)$$

Winkelmaß

- Bogenmaß: 1 Vollwinkel = 2π (Länge d. Kreisbogens v. Einheitskreis)
- Gradmaß: 1 Vollwinkel = 360°
- geodätischen Winkelmaß: 1 Vollwinkel = 400gon (Neugrad)
- Zeitmaß: 1 Vollwinkel = 24h

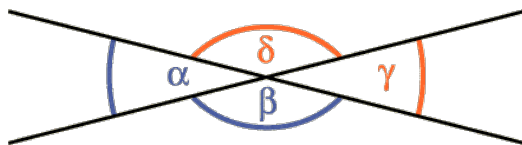
Winkelsätze

- Scheitelwinkel sind gleich groß:
 $\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$

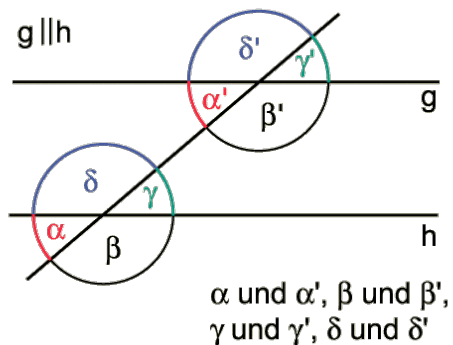


- Die Winkelsumme zweier Nebenwinkel beträgt deshalb stets 180° :
 $\alpha + \beta = \beta + \gamma = \gamma + \delta = \delta + \alpha = 180^\circ$

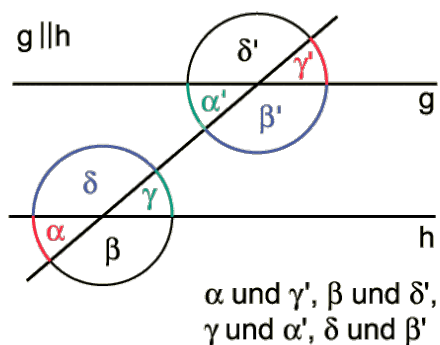
180° heißen Supplementwinkel.
 90° heißen Komplementwinkel.



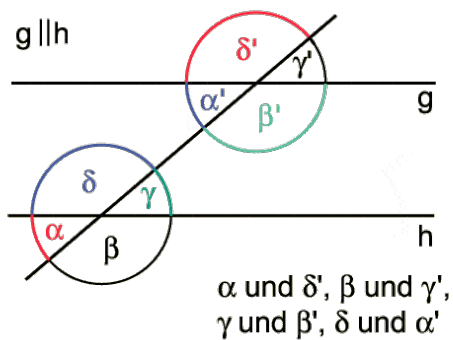
- Stufenwinkel sind gleich groß genau dann, wenn sie an parallelen Geraden liegen (Stufenwinkelsatz):



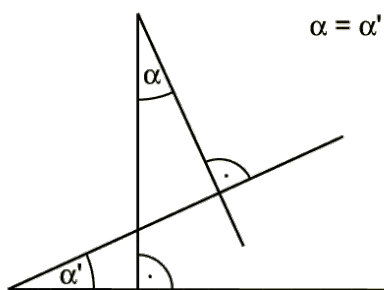
- Wechselwinkel sind gleich groß genau dann, wenn sie an parallelen Geraden liegen (Wechselwinkelsatz):



- Entgegengesetzt liegende Winkel ergänzen sich zu 180° genau dann, wenn sie an parallelen Geraden liegen:

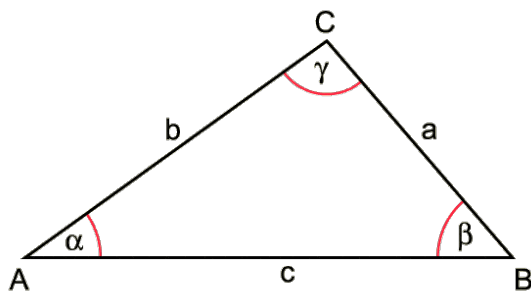


- Zwei Winkel, deren Schenkel paarweise senkrecht aufeinander stehen, sind gleich groß, falls der Scheitel des einen Winkels nicht im Inneren oder auf einem Schenkel des anderen Winkels liegt:



Winkel im Dreieck

- Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt 180° (Innenwinkelsummensatz):
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



- Die Summe von drei zugehörigen Außenwinkeln beträgt 360° . Jeder Außenwinkel eines Dreiecks ist so groß wie die Summe der beiden nicht anliegenden Innenwinkel (Außenwinkelsatz).

